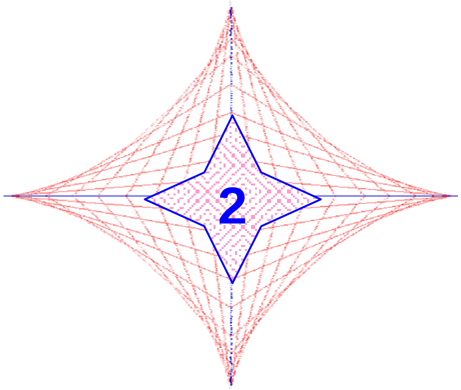
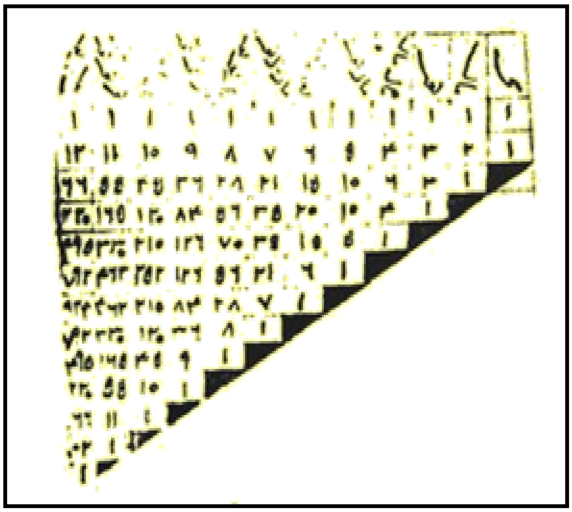
الدوال كثيرات الحدود
مسائل الدرجة الثانية



الكفاءات المستهدفة



- التعرف على دالة كثير حدود و على درجتها.
- حل مسائل تستخدم فيها معادلات أو متراجحات من الدرجة الثانية

- يتم في هذا الفصل الربط بين الجانب الجبري المتمثل في حل معادلات و متراجحات
و الجانب البياني المتمثل في دراسة الدوال.

لقد قدم تعريف جدر كثير حدود ليس بهدف حل المعادلات ذات درجة أكبر من ثلاثة
و إنما لاستعماله في تحليل كثيرات الحدود.

- يبقى مفهوم إشارة ثلاثي الحدود من أهم مميزات هذا الفصل باعتباره جديد على التلاميذ و نظرا لتنوع استعمالاته في مختلف الفصول القادمة.
- يسمح من جهة أخرى هذا الفصل بإعادة استثمار نتائج الفصل الأول و المتمثلة في اتجاه تغير دالة، القيم الحدية، الدوال المرفقة ...

الأنشطة

النشاط 1 :

الهدف : تحليل عدد طبيعي

1)

$$\left(x^3+2x+1\right)\left(x^2+1\right)=x^5+3x^3+x^2+2x+1$$

2) $103121=1021\times101$. 103121 ليس أوليا.

النشاط 2 :

الهدف : حل معادلات باستعمال العبارة المناسبة لدالة.

1) $(x+1)(x+5)=x^2+6x+5$

$(x+3)^2-4=x^2+6x+5$

2) $S_1=\{-5,-1\}$، الحلان هما فصلتا نقطتي تقاطع (C_f) مع محور الفواصل.

$S_4=\{-4,-1\}$، الحلان هما فصلتا نقطتي تقاطع (C_f) مع المستقيم ذي المعادلة: $y=x+1$.

النشاط 3 :

الهدف : حل بيانيا متراجحة من الدرجة الثانية.

1) شعاع الانسحاب هو $\vec{u}\,(1,-3)$

2) $S=\left\{1-\sqrt{3};1+\sqrt{3}\right\}$. حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع (P) مع محور الفواصل.

3) حلول المتراجحة هي فواصل نقط (P) التي تقع أسفل محور الفواصل و منه: $S=\left]1-\sqrt{3},1+\sqrt{3}\right[$.

4) $S=\left]-\infty,1-\sqrt{3}\right]\cup\left[1+\sqrt{3},+\infty\right[$

يتم التحقق بواسطة جدول بعد التحليل.

النشاط 4 :

الهدف : التبرير الهندسي لحل معادلة من الدرجة الثانية.

2) $x=\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2+4}+\frac{3}{2}=4$

3) $x=\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2+c}+\frac{b}{2}$

التطبيق: $x=\sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2+5}+\frac{4}{2}=5$

تكتب المعادلة على الشكل: $\frac{3}{2}x+10=x^2$

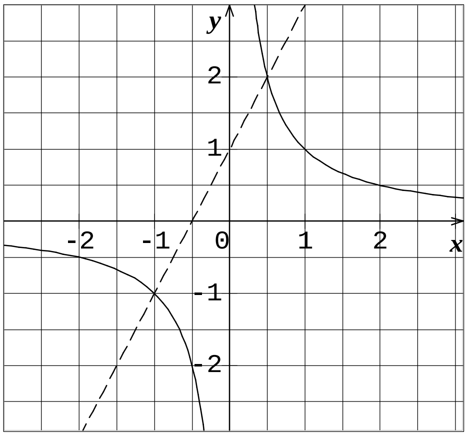
$$x=\sqrt{\left(\frac{3}{4}\right)^2+10}+\frac{3}{4}=4$$

النشاط 5 :

الهدف : حل بيانيا معادلة باستعمال منحني دالتين مرجعيتين.

1) نلاحظ أن 0 ليس حلا لـِ $(*)$. نقسم الطرفين على x.

2)



3) $S=\left\{-1,\frac{1}{2}\right\}$. يتم التحقق بالتعويض في $(*)$.

الأعمال الموجهة

مجموع و جداء حلي معادلة من الدرجة الثانية:

الهدف: التعرف على بعض تطبيقات مجموع و جداء الحلين.

التطبيق1:

مثال: $a=5$ الحل الثاني هو 0.5

التطبيق2:

البرهان: بفرض $a+b=S$ و $ab=P$ يكون لدينا:

$b=S-a$ و $a(S-a)=P$ أي: $a^2-Sa+P=0$

و بالتالي فإن a حل للمعادلة $x^2-Sx+P=0$

كذلك b هو حل للمعادلة $x^2-Sx+P=0$.

عكسيا إذا كان a و b حلين للمعادلة $x^2-Sx+P=0$ فإن: $a+b=S$ و $ab=P$.

مثال: لدينا $a+b=18$ و $ab=77$. a و b هما حلا المعادلة: $x^2-18x+77=0$ أي 7 و 11.

التطبيق3:

البرهان: مباشر

مثال:

m	$-\infty$ -1	$-\frac{1}{3}$	0	1	$+\infty$
Δ	-	-	+	+	+
$\frac{c}{a}$	+	+	+	-	+
$-\frac{b}{a}$	-	+	+	+	-

باستعمال المبرهنة يتم الاستنتاج انطلاقا من الجدول.

المعدلات و المتراجحات مضاعفة التربيع:

الهدف: حل معادلات و متراجحات مضاعفة التربيع.

1) **التطبيق:** $S_1=\{-\sqrt{2},\sqrt{2}\}$ ، $S_2=\{-2,-1,1,2\}$

$S_3=\varnothing$

2) **دراسة المثال:** $S=\left]-2,-\sqrt{3}\right[\ \mathbf{U}\ \left]\sqrt{3},2\right[$

التطبيق: $S=\left]-\infty,-\sqrt{5}\right]\mathbf{U}\left[\sqrt{5},+\infty\right[$

تمـــاريـــن

1 صحيح .

2 خاطئ .

3 خاطئ .

4 خاطئ.

5 صحيح.

6 1) 0.
2) 3) 4) 5) ليست دوال كثيرات حدود.

7 1) صحيح. 2) خاطئ. 3) صحيح.

8 1) صحيح. 2) خاطئ. 3) صحيح.
4) خاطئ. 5) خاطئ.

9 صحيح.

10 2).

11 2).

12 3).

13 1).

14 2) .

15 1) لأنها ليست معرفة على $\mathfrak{R}$.
2) لأنها ليست معرفة على $\mathfrak{R}$.
3) لأنها ليست من الشكل
$x \to a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots.. + 1$
4) لأنها ليست من الشكل
$x \to a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots.. + 1$

16 1).

17 1) $f : x \to x^2+x+1$.
2) $f : x \to -x^2+x-1$.
3) $f : x \to -x^2+x+1$.

18 2) سابقتا هما: 1 و $\frac{1}{3}$.
3) القيمة الحدية العظمى هي: $\frac{1}{3}$.
4) f متزايدة تماما على المجال $\left]-\infty, \frac{1}{3}\right]$.
f متناقصة تماما على المجال $\left[\frac{1}{3}, +\infty\right[$.

19 $f : x \to 3x^2-6x-24$.

20 1) $P(x)=x^3+7x^2+16x+12$.
درجته 3.
2) $P(x)=x^3-3x^2-11x+5$
درجته 3.
3) $P(x)=x^3-x^2-21x+45$
درجته 3.
4) $P(x)=12x-14$.
درجته 1.

21 1)
$P(x)+Q(x)=-x^2+5x-6$
$P(x)-Q(x)=-5x^2-3x-4$
$2P(x)+3Q(x)=14x-13$

2)
$P(x)+Q(x)=2x^3-2x^2+x-2$
$P(x)-Q(x)=2x^3+2x^2+x-9$.
$2P(x)+3Q(x)=4x^3-6x^2+2x+2$

22 1) درجة $P(x)$ هي 5 و معامل حده الأعلى 6-
2) درجة $Q(x)$ هي 7 و معامل حده الأعلى27-
3) درجة $R(x)$ هي4 و معامل حده الأعلى 5.

23 1) $f(-1)=0$ إذن 1- جدر لـ $f(x)$.
نفس الشئ مع 2) و 3).

24 1) $a=1$, $b=0$, $c=-4$
2) $P(x)=(x-1)(x-2)(x+2)$
3) الجذور هي: 2- ، 2 ، 1.

25

1) $P(-2)=0$

2) $P(x)=4(x+2)(x-\frac{3}{2})^2$

3) الجذور هي: -2 ، $\frac{3}{2}$

26 $a=\frac{21}{2}$, $b=5$.

27 $a=-1$, $b=3$, c=1 .

28

1) $f(x)=(x-3)^2-1$

حلول المعادلة هي: 4 ، 2.

2) $f(x)=(x+\frac{1}{2})^2-\frac{25}{4}$

حلول المعادلة هي: -3 ، 2

3) $f(x)=-\left[(x-\frac{3}{2})^2+\frac{11}{4}\right]$

المعادلة لا تقبل حلول.

4) $f(x)=3\left[(x-\frac{7}{6})^2-\frac{25}{36}\right]$

حلول المعادلة هي: 2 ، $\frac{1}{3}$

5) $f(x)=\left[(x-1)^2-\frac{1}{5}\right]$

حلول المعادلة: $1+\frac{1}{\sqrt{5}}$, $1-\frac{1}{\sqrt{5}}$

6) $f(x)=-5\left[(x-\frac{3}{2})^2-\frac{9}{4}\right]$

حلول المعادلة هي: 0 ، 3؟

29

1) $x'=2, x''=3$

$x^2-5x+6=0$

2) $x'=-3, x''=\frac{1}{2}$

$2x^2+5x-3=0$

3) $x'=0, x''=3$

$x^2-3x=0$

4) $x'=x''=-2$

$x^2+4x+4=0$

5) $x'=5, x''=-1$

$x^2-4x-5=0$

6) $x'=-\frac{1}{3}, x''=\frac{1}{2}$

$6x^2-x-1=0$

7) $x'=0, x''=-\frac{3}{2}$

$2x^2+3x=0$

8) $x'=x''=\frac{2}{3}$

$9x^2-12x+4=0$

30

1) حلين: 0 ، 3 .
2) حلين: -2 ، 2.
3) حلين: -1 ،1.
4) حلين: $-\frac{\sqrt{7}}{2}$, $\frac{\sqrt{7}}{2}$
5) لا يوجد حلول.
6) حل مضاعف: -1.
7) حل مضاعف: 3.
8) حلين: 5 ، 1.
9) حل مضاعف: $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
10) حلين : 1 ، $\frac{5}{7}$،

31 مميز المعادلة معدوم.

32 بما أن a , b متعاكسين في الإشارة فإن المعادلة تقبل حلين متمايز ين.

33

1) $x'=1, x''=2$

$f(x)=(x-1)(x-2)$

2) $x'=\frac{4}{3}, x''=2$

$f(x)=3(x-\frac{4}{3})(x-2)$

3) $x'=\frac{1}{3}, x''=-\frac{2}{9}$

$f(x)=-9(x-\frac{1}{3})(x+\frac{2}{9})$

4) $x'=\frac{3}{5}, x''=1$

$f(x)=-5(x-\frac{3}{5})(x-1)$

(5
$$x' = \frac{9-\sqrt{3}}{4} , x'' = \frac{-9-\sqrt{3}}{4}$$
$$f(x) = 2(x - \frac{9-\sqrt{3}}{4})(x + \frac{9+\sqrt{3}}{4})$$

34
1) حلين: 5- ، 2.
2) حلين: 1 ، $\frac{2}{3}$.
3) لا يوجد حلول.
4) حلين: $\frac{-5+\sqrt{5}}{2}$, $\frac{-5-\sqrt{5}}{2}$
5) حلين: 19 ، 2-.

35
1) $\Delta = 4(b'^2 - ac)$
2) $\Delta' = b'^2 - ac$
3) إذا كان $\Delta' \geq 0$ فإن: $\Delta \geq 0$ و منه
المعادلة (E) تقبل حلين متمايزين هما:
$$x' = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \quad , \quad x'' = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$$
و منه:
$$x' = \frac{-b'-\sqrt{\Delta'}}{a} \quad , \quad x'' = \frac{-b'+\sqrt{\Delta'}}{a}$$

36
1) x'=19 , x''=-1 ، Δ'=100
2) x'=-101 , x''=-99 , Δ'=1
3) $x' = x'' = \frac{\sqrt{6}}{2}$, $\Delta' = 0$

37
1) $\Delta = 1$, $t' = 2$, $t'' = 3$
2) $\Delta' = 81, u' = 1 , u'' = -17$
3) $\Delta = (3-\sqrt{2})^2 , x' = 3, x'' = \sqrt{2}$
4) $\Delta = -3$

38
1) *m Î Â-{-2,2}*
2) *m=1*. $x = -\frac{2}{3}$

39
$$\Delta' = m^2 + 5$$
1)
$$x' = m - \sqrt{m^2+5}$$
$$x'' = m + \sqrt{m^2+5}$$
2) لما *m=0* *المعادلة تقبل حل وحيد 1-.*
لما *m≠0* (

$$\Delta = 9$$
$$x' = -1$$
$$x'' = \frac{3-m}{m}$$
3) لما 1- =*m* *المعادلة تقبل حل وحيد3*
. لما $m \in \left]-\sqrt{\frac{7}{8}}, \sqrt{\frac{7}{8}}\right[$ $\Delta < 0$
المعادلة لا تقبل حلول.
لما
$$m \in \left]-\infty, -\sqrt{\frac{7}{8}}\right[\cup \left]\sqrt{\frac{7}{8}}, +\infty\right[\quad \Delta > 0$$
المعادلة تقبل حلين متمايزين.

لما $m = \sqrt{\frac{7}{8}}$ أو $m = -\sqrt{\frac{7}{8}}$
المعادلة تقبل حل مضاعف.
4) لما 3 =*m* *المعادلة تقبل حل وحيد 1-.*
لما 3 ≠*m*
$$\Delta = 25$$
$$x' = -1$$
$$x'' = \frac{2+m}{3-m}$$
5) لما $m = \frac{1}{2}$ *المعادلة تقبل حل وحيد 1-.*
لما $m \neq \frac{1}{2}$
$$\Delta' = 1$$
$$x' = -1 \quad , \quad x'' = \frac{2m+1}{1-2m}$$

40 إستخدام الحاسبة البيانية.

41 إستخدام الحاسبة البيانية.

42
1) $\left(\sqrt{3}-1\right)^2 = 4 - 2\sqrt{3}$
2)
$$\Delta' = 4 - 2\sqrt{3}$$
$$x' = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad , \quad x'' = \frac{1}{2}$$

43
$$(x - x_1)(x - x_2) = x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1x_2$$
مما سبق نلاحظ أن:
$$f(x) = \left(x - \sqrt{2}\right)\left(x - \sqrt{3}\right)$$

و منه حلول المعادلة هي: $\left(\sqrt{2}\right)$, $\left(\sqrt{3}\right)$

3) نفس الحلول.

44

$$8x^2=(x+5)(12-x)$$
$$9x^2-7x-60=0$$
$$x'=3 \ , \ \ x''=-\frac{20}{9}$$

طول ضلع المربع هو: 3 m

45

$$8\pi r^2=\pi(2+r)^2$$
$$r^2-2r-2=0$$
$$r'=1-\sqrt{3} \ \ , \ \ r''=1+\sqrt{3}$$

و منه نصف القطر هو $1+\sqrt{3}$.

46

$$3x^2+5x=50$$
$$3x^2+5x-50=0$$
$$x=-5 \ \ , \ \ x=\frac{10}{3}$$

و منه طول ضلع المثلث هو: $\frac{10}{3}$

47

48

المعادلات 1) ، 3) ، 4) ، 5) تقبل حلين لأن a , b متعاكسين في الإشارة.
أما المعادلتين 2) ، 6) فالمميز موجب و بالتالي تقبلان حلين.
مجموع و جداء الحلين للمعادلة الأولى هو: $-\frac{b}{a}=\frac{3}{2}$, $\frac{c}{a}=-2$
نفس الشئ بالنسبة للمعادلات الأخرى.

49

نقوم بحل المعادلة (E') :

$$\Delta=(x'-x'')^2$$
$$x_1=x' \ , \ \ x_2=x''$$

إذن المعادلتين متكافئتين.

50

1) $x^2+3x-27=0$

2) $x^2-\frac{10}{3}x+1=0$

3) $x^2-3x=0$

4) $x^2-\frac{1}{3}x-\frac{2}{3}=0$

5) $x^2-2x+1-m^2=0$

6) $x^2-10x+23=0$

51

$$x^2-7x+4=0$$
$$\Delta=33$$
$$x'=\frac{7-\sqrt{33}}{2} \ , \ \ x'=\frac{7+\sqrt{33}}{2}$$

52

$$\begin{cases} a+b=4 \\ a\times b=-1 \end{cases}$$
$$S=\left\{\left(2-\sqrt{5},2+\sqrt{5}\right),\left(2+\sqrt{5},2-\sqrt{5}\right)\right\}$$

$$\begin{cases} a+b=-25 \\ a\times b=100 \end{cases}$$
$$S=\{(-20,-5),(-5,-20)\}$$

$$\begin{cases} a+b=14 \\ a\times b=33 \end{cases}$$
$$S=\{(3,11),(11,3)\}$$

$$\begin{cases} a+b=1+\sqrt{3} \\ a\times b=1+\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$
$$S=\left\{\left(\frac{1+\sqrt{3}}{2},\frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)\right\}$$

$$\begin{cases} a+b=0 \\ a\times b=\frac{-49}{4} \end{cases}$$
$$S=\left\{\left(\frac{7}{2},-\frac{7}{2}\right),\left(-\frac{7}{2},\frac{7}{2}\right)\right\}$$

$$\begin{cases} a+b=\frac{10}{21} \\ a\times b=\frac{1}{21} \end{cases}$$
$$S=\left\{\left(\frac{5-4\sqrt{6}}{21},\frac{5+4\sqrt{6}}{21}\right),\left(\frac{5+4\sqrt{6}}{21},\frac{5-4\sqrt{6}}{21}\right)\right\}$$

53

$$\begin{cases} a-b=4 \\ a\times b=-1 \end{cases}$$

$$S=\left\{\left(2-\sqrt{3},-2-\sqrt{3}\right),\left(2+\sqrt{3},-2+\sqrt{3}\right)\right\}$$

$$\begin{cases} a-b=5 \\ a\times b=8 \end{cases}$$

$$S=\left\{\left(\frac{5-\sqrt{657}}{2},\frac{-5-\sqrt{657}}{2}\right),\left(\frac{5+\sqrt{657}}{2},\frac{-5+\sqrt{657}}{2}\right)\right\}$$

$$\begin{cases} a+3b=8 \\ a\times b=5 \end{cases}$$

$$S=\left\{\left(3,\frac{5}{3}\right),(5,1)\right\}$$

$$\begin{cases} a-3b=7 \\ a\times b=-5 \end{cases}$$

$$S=\left\{\left(2,-\frac{5}{2}\right),(5,-1)\right\}$$

.

54

$$\begin{cases} a+b=8 \\ \frac{1}{a}\times\frac{1}{b}=\frac{8}{15} \end{cases}$$

$$S=\left\{\left(4-\sqrt{\frac{113}{8}},4+\sqrt{\frac{113}{8}}\right),\left(4+\sqrt{\frac{113}{8}},4-\sqrt{\frac{113}{8}}\right)\right\}$$

55

(1 $x\times y=\dfrac{(x+y)^3-x^3-y^3}{3(x+y)}$

$x\times y=72$

(2 $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$

$x^2+y^2=145$

56

(1 $\dfrac{c}{a}=-34$

(2 $x^2+\dfrac{7}{34}x-\dfrac{1}{34}=0$

57

(1 $\dfrac{c}{a}=-\dfrac{5}{3}$

(2 $x'^2+x''^2=\dfrac{34}{9}$

$\dfrac{1}{x'}+\dfrac{1}{x''}=-\dfrac{2}{5}$

$(x'-x'')^2=\dfrac{64}{9}$

$x'^4+x''^4=\dfrac{691}{81}$

58

1) لدينا: $\begin{cases} x'+x''=\dfrac{2m}{3} \\ x'\times x''=\dfrac{1}{3} \end{cases}$

و منه: $\begin{cases} x''=\dfrac{m}{6} \\ x''^2=9 \end{cases}$ $m=2$, $m=-2$

2) لدينا: $\begin{cases} x'+x''=\dfrac{1-m}{4} \\ x'\times x''=\dfrac{m}{2} \end{cases}$

و منه: $\begin{cases} 2x''=-\dfrac{m}{4} \\ x''^2+\dfrac{1}{4}x''-\dfrac{m}{2}=0 \end{cases}$ $\begin{cases} m=0 \\ m=34 \end{cases}$

59

(1 $m''=1+\sqrt{5}$, $m'=1-\sqrt{5}$

(2 لما $m\in\left]\frac{17}{12},+\infty\right[$ لا يوجد حلول.

لما $m\in\left]-\infty,-\sqrt{2}\right[\cup\left]\sqrt{2},\frac{17}{12}\right[$ يوجد حلين موجبين.

لما $m\in\left]-\sqrt{2},\sqrt{2}\right[$ يوجد حلين مختلفين في الإشارة.

لما $m=\dfrac{17}{12}$ يوجد حل مضاعف،

لما $m=\sqrt{2}$ أو $m=-\sqrt{2}$ يوجد حل موجب و حل معدوم.

60

(1 $m\in\left]-\infty,\frac{1}{5}\right[$

(2 $m\in\left]-\infty,-1\right[\cup\left]-1,1\right[$

(3 $m\in\left]-2,3\right[$

4) $m\in\left]-\infty,\frac{1}{3}\right[\cup\left]\frac{1}{2},+\infty\right[$

61

1) $m\in\left]\frac{4}{3},\frac{97}{12}\right[$

2) $m\in\left]-\infty,-1\right[\cup\left]\frac{3+2\sqrt{6}}{5},+\infty\right[$

3) $m\in\left]\frac{2+6\sqrt{5}}{-11},-\frac{4}{3}\right[\cup\left]1,\frac{2-6\sqrt{5}}{-11}\right[$

4) لا يوجد قيم لـ m.

62

$$\begin{cases}x'+x''=23\\ x'\times x''=28\end{cases}$$

$$x^2-23x+28=0$$

$$x'\approx 1{,}28\ ,\ x''\approx 21{,}7$$

63

1)
$$\begin{cases}2(x'+x'')=12\\ 2x'\times x''=9\end{cases}$$

$$2x^2-12x+9=0$$

$$x'=3-3/\sqrt{2}\ ,\ x''=3+3/\sqrt{2}$$

2)
$$\begin{cases}2(x'+x'')=12\\ 2x'\times x''>9\end{cases}$$

$$-2x^2+12x-9>0$$

$$x''\in\left]3-3/\sqrt{2}\ ,3+3/\sqrt{2}\right[$$

$$X'\in\left]3-3/\sqrt{2}\ ,3+3/\sqrt{2}\right[$$

3) تصحيح: المستطيل له نفس محيط المربع.

$$\begin{cases}2(x'+x'')=2m\\ x'\times x''=\frac{1}{3}m^2\end{cases}$$

$$x^2-2mx+\frac{1}{3}m^2=0$$

$$x''=\frac{2m-\sqrt{\frac{8}{3}}m}{2}$$

$$X'=\frac{2m-\sqrt{\frac{8}{3}}m}{2}$$

64

1) لما $x\in\left]-\infty,-\frac{1}{2}\right[\cup\left]2,+\infty\right[$, $P(x)>0$

لما $x\in\left]-\frac{1}{2},2\right[$, $P(x)<0$

لما $x=-\frac{1}{2}$, $x=2$, $P(x)=0$

2) لما $x=\frac{3}{2}$, $x=-1$, $P(x)=0$

لما $x\in\left]-\infty,-1\right[\cup\left]\frac{3}{2},+\infty\right[$, $P(x)<0$

لما $x\in\left]-1,\frac{1}{2}\right[$, $P(x)>0$

3) لما $x=-2$, $x=1$, $x=3$, $P(x)=0$

لما $x\in\left]-\infty,-2\right[\cup\left]1,3\right[$, $P(x)<0$

لما $x\in\left]-2,1\right[\cup\left]3,+\infty\right[$, $P(x)>0$

4) لما $x=-\sqrt{3}$, $x=\sqrt{3}$, $P(x)=0$

لما $x\in\left]-\infty,-\sqrt{3}\right[\cup\left]\sqrt{3},+\infty\right[$, $P(x)>0$

لما $x\in\left]-\sqrt{3},\sqrt{3}\right[$, $P(x)<0$

5) لما $x=-1$, $x=1$, $P(x)=0$

لما $x\in\left]-\infty,-1\right[\cup\left]1,+\infty\right[$, $P(x)>0$

لما $x\in\left]-1,1\right[$, $P(x)<0$

6) لما $x=0$, $x=\frac{7}{3}$, $P(x)=0$

لما $x\in\left]-\infty,0\right[\cup\left]\frac{7}{3},+\infty\right[$, $P(x)>0$

لما $x\in\left]0,\frac{7}{3}\right[$, $P(x)<0$

7) لما $x=\frac{3}{2}$, $P(x)=0$

لما $x\in\left]\frac{3}{2},+\infty\right[$, $P(x)<0$

لما $x\in\left]-\infty,\frac{3}{2}\right[$, $P(x)>0$

65

1) لما $x=\frac{3}{2}$, $x=-2$, $P(x)=0$

لما $x\in\left]-2,\frac{3}{2}\right[$, $P(x)<0$

لما $x\in\left]-\infty,-2\right[\cup\left]\frac{3}{2},+\infty\right[$, $P(x)>0$

$P(x)=0 \ , \ x=\frac{2}{3}, x=2$ لما (2

$P(x)>0 \ , x\in \left]\frac{2}{3},2\right[$ لما

$P(x)<0 \ , x\in \left]-\infty,\frac{2}{3}\right[\cup\left]2,+\infty\right[$ لما

$P(x)<0 \ , x\in \left]-\infty,+\infty\right[$ لما (3

$P(x)>0 \ , x\in \left]-\infty,+\infty\right[$ لما (4

$P(x)=0 \ , \ x=\frac{3\sqrt{2}}{2}$ لما (5

$P(x)>0 \ , x\in \left]-\infty,\frac{3\sqrt{2}}{2}\right[\cup\left]\frac{3\sqrt{2}}{2},+\infty\right[$ لما

$P(x)=0 \ , \ x=\frac{\sqrt{15}}{5}$ لما (6

لما

$P(x)>0 \ , x\in \left]-\infty,\frac{\sqrt{15}}{5}\right[\cup\left]\frac{\sqrt{15}}{5},+\infty\right[$

$P(x)=0 \ , \ x=6$ لما (7

$P(x)<0 \ , x\in \left]-\infty,6\right[\cup\left]6,+\infty\right[$ لما

$P(x)=0 \ , \ x=\sqrt{3}$ لما (8

$P(x)<0 \ , x\in \left]-\infty,\sqrt{3}\right[\cup\left]\sqrt{3},+\infty\right[$ لما

$P(x)>0 \ , x\in \left]-\infty,+\infty\right[$ لما (9

66

$P(x)=0 \ , \ x=\frac{3}{2}$ لما (1

$P(x)>0 \ , x\in \left]\frac{3}{2},+\infty\right[$ لما

$P(x)<0 \ , x\in \left]-\infty,\frac{3}{2}\right[$ لما

$P(x)=0 \ , \ x=1$ لما (2

$P(x)>0 \ , x\in \left]-\infty,1\right[$ لما

$P(x)<0 \ , x\in \left]1,+\infty\right[$ لما

$P(x)=0 \ , \ x=1, x=2$ لما (3

$P(x)<0 \ , x\in \left]-\infty,1\right[\cup\left]1,2\right[$ لما

$P(x)>0 \ , x\in \left]2,+\infty\right[$ لما

$P(x)=0 \ , \ x=1, x=2, x=\frac{2}{3}$ لما (4

$P(x)<0 \ , x\in \left]\frac{2}{3},1\right[\cup\left]2,+\infty\right[$ لما

$P(x)>0 \ , x\in \left]-\infty,\frac{2}{3}\right[\cup\left]1,2\right[$ لما

لما (5

$P(x)=0 \ , \ x=-1, x=0, x=1, x=3$

$P(x)<0 \ , x\in \left]-1,0\right[\cup\left]1,3\right[$ لما

لما

$P(x)>0 \ , x\in \left]-\infty,-1\right[\cup\left]0,1\right[\cup\left]3,+\infty\right[$

67

$P(x)=(2x-3)(x^2+1)$ (1

$P(x)=0 \ , \ x=\frac{3}{2}$ لما

$P(x)<0 \ , x\in \left]-\infty,\frac{3}{2}\right[$ لما

$P(x)>0 \ , x\in \left]\frac{3}{2},+\infty\right[$ لما

$P(x)=(x-1)(-x^2+x-5)$ (2

$P(x)=0 \ , \ x=1$ لما

$P(x)<0 \ , x\in \left]1,+\infty\right[$ لما

$P(x)>0 \ , x\in \left]-\infty,1\right[$ لما

$P(x)=(x-1)^2(x-2)$ (3

$P(x)=0 \ , \ x=1, x=2$ لما

$P(x)<0 \ , x\in \left]-\infty,1\right[\cup\left]1,2\right[$ لما

$P(x)>0 \ , x\in \left]2,+\infty\right[$ لما

$P(x)>0 \ , x\in \left]-\infty,\frac{2}{3}\right[\cup\left]1,2\right[$ (4

$P(x)=0 \ , \ x=1, x=2, x=\frac{2}{3}$ لما

$P(x)<0 \ , x\in \left]\frac{2}{3},1\right[\cup\left]1,+\infty\right[$ لما

$P(x)>0 \ , x\in \left]-\infty,\frac{2}{3}\right[\cup\left]1,2\right[$ لما

$P(x)=x(x-1)(x^2-2x-3)$ (5

لما

$P(x)=0 \ , \ x=-1, x=0, x=1, x=3$

$P(x)<0 \ , x\in \left]-1,0\right[\cup\left]1,3\right[$ لما

لما

$P(x)>0 \ , x\in \left]-\infty,-1\right[\cup\left]0,1\right[\cup\left]3,+\infty\right[$

67

$P(x)=(x^2-1)(x^2-2)$ (1

لما

$P(x)=0 \ , \ x=-1, x=-\sqrt{2}, x=1, x=\sqrt{2}$

$P(x)<0 \ , x\in \left]-\sqrt{2},-1\right[\cup\left]1,-\sqrt{2}\right[$ لما

لما

$$P(x)>0 \quad ,x\in \left]-\infty,-\sqrt{2}\right[\cup\left]-1,1\right[\cup\left]\sqrt{2},+\infty\right[$$

2) $P(x)=(x^2-1)(x^2+4)$

لما $P(x)=0 \; , \; x=-1, x=1$

لما $P(x)<0 \quad ,x\in \left]-1;1\right[$

لما $P(x)>0 \quad ,x\in \left]-\infty,-1\right[\cup\left]1,+\infty\right[$

3) $P(x)=(x^2-2)(3x^2+4)$

لما $P(x)=0 \; , \; x=-\sqrt{2}, x=\sqrt{2}$

لما $P(x)<0 \quad ,x\in \left]-\sqrt{2};\sqrt{2}\right[$

لما $P(x)>0 \quad ,x\in \left]-\infty,-\sqrt{2}\right[\cup\left]\sqrt{2},+\infty\right[$

68

$$P(x)=(x-3)\left(x-\frac{1}{2}\right)(2x^2+6)$$

لما $P(x)=0 \; , \; x=3, x=\frac{1}{2}$

لما $P(x)<0 \quad ,x\in \left]\frac{1}{2};3\right[$

لما $P(x)>0 \quad ,x\in \left]-\infty,\frac{1}{2}\right[\cup\left]3,+\infty\right[$

69

1) لما $m=1$ يوجد حل وحيد $\frac{2}{3}$

لما $m\neq 1$ يوجد حلين مختلفين

2)) لما $m=\frac{1}{2}$ يوجد حل وحيد $-\frac{3}{2}$

لما $m\neq \frac{1}{2}$ يوجد حلين مختلفين .

3) لما $m=0$ يوجد حل وحيد 2.

لما $m\neq 0$.و

$$m\in \left]-\infty,\frac{-5-\sqrt{28}}{3}\right[\cup\left]\frac{-5+\sqrt{28}}{3},+\infty\right[$$

لا يوجد حلول

$$m\in \left]\frac{-5-\sqrt{28}}{3},\frac{-5+\sqrt{28}}{3}\right[$$

يوجد حلين متمايزين.

$m=\frac{-5+\sqrt{28}}{3}$ أو $m=\frac{-5-\sqrt{28}}{3}$

يوجد حل مضاعف،

4) لما $m=-1$ يوجد حلين 1 ، $\frac{3}{4}$

لما $m\neq -1$ المعادلة تصبح من الدرجة الثالثة تقبل ثقبل ثلاث حلول متمايزة.

70

الشكل الأول:

$f(x)=0 \; , \; x=-3, x=1, x=4$

$f(x)<0 \quad ,x\in \left]-\infty,-3\right[\cup\left]1,4\right[$

$f(x)>0 \quad ,x\in \left]-3,1\right[\cup\left]4,+\infty\right[$

الشكل الثاني:

$f(x)=0 \; , \; x=-2, x=-1, x=3, x=4$

$f(x)<0 \quad ,x\in \left]-2,-1\right[\cup\left]3,4\right[$

$f(x)>0 \quad ,x\in \left]-\infty,-2\right[\cup\left]-1,3\right[\cup\left]4,+\infty\right[$

71

1) $S=\left]-\infty,-3\right]\cup\left[\frac{1}{2},+\infty\right[$

2) $S=\left[-2,\frac{1}{3}\right]$

3) $S=\left]-3,\frac{5}{2}\right[$

4) $S=\left]-\infty,\frac{5}{3}\right[\cup\left]2,+\infty\right[$

5) $S=\Re$

6) $S=\phi$

7) $S=\Re$

8) $S=\phi$

9) $S=\phi$

72

1) $S=\left]-\infty,1\right[$

2) $S=\left[1,-\infty\right[$

3) $S=\left]-1,1\right[\cup\left]2,+\infty\right[$

4)

$S=\left]-\infty,-\sqrt{3}\right[\cup\left]-\sqrt{2},\sqrt{2}\right[\cup\left]\sqrt{3},+\infty\right[$

5)

73

1) $D_f=\Re-\left\{\frac{1}{2},2\right\}$

2) $S=\left\{\frac{1}{5}\right\}$

74

1) $S=\left\{\frac{1-\sqrt{7}}{2},\frac{1+\sqrt{7}}{2}\right\}$

2) $S=\left\{-1-\sqrt{2},-1+\sqrt{2}\right\}$

3) $S=\left\{-2,\frac{1}{6}\right\}$

4) $S=\phi$

5) $S=\phi$

75

1) $S=\left\{\frac{2+\sqrt{10}}{3}\right\}$

2) $S=\left\{\frac{30-\sqrt{6}}{24},\frac{30+\sqrt{6}}{24}\right\}$

3) $S=\left\{\frac{1}{2},\frac{9}{2}\right\}$

4) $S=\{5,8\}$

5) $S=\{197,549\}$

76

1) $S=\left]-\infty,-3\right[\cup\left[-\frac{7}{3},+\infty\right[$

2) $S=[1,+\infty[$

3) $S=\{-2\}$

77

1) $S=\left\{\frac{-3+\sqrt{21}}{2}\right\}$

2) $S=\left\{-2-\sqrt{8},-2+\sqrt{8}\right\}$

78

1) $S=\{3,4\}$

2) $S=\{4,9\}$

3) $S=\{4\}$

4) $S=\left\{3,\frac{1}{2}\right\}$

79

2) بعد النشر و التبسيط نجد أن المعادلتين متكافئتين.

3) $S=\{4\}$

4) $S=\left\{\frac{1}{2},3\right\}$

80

1) $S=\{1\}$

2) $S=]-\infty,1[$

81

نفرض أن:

$$x'\le\frac{x'+4x''}{5}\le x''$$

لدينا: $x'\le\frac{x'+4x''}{5}$ معناه:

$x\le x''$ بعد التبسيط.

و نفس الشئ مع $\frac{x'+4x''}{5}\le x''$.

82

$$a+\frac{1}{a}=3$$

$$a^2-3a+1=0$$

$$a'=\frac{3-\sqrt{5}}{2}\quad,\quad a''=\frac{3+\sqrt{5}}{2}$$

و منه: $a=\frac{3+\sqrt{5}}{2}$

83

$$x^2-5(5-x)=0$$

85

1) $2x^2+mx-3=0$

$\Delta=m^2+24$

المنحني (h) و المستقيم (d) يتقاطعان في نقطتين حيث $x\in\Re^*$

2)

$$M'\left(\frac{-m-\sqrt{m^2+24}}{4},\frac{-m-\sqrt{m^2+24}}{2}+m\right)$$

$$M''\left(\frac{-m+\sqrt{m^2+24}}{4},\frac{-m+\sqrt{m^2+24}}{2}+m\right)$$

$$I\left(\frac{-m}{4},\frac{m}{2}\right)$$

مجموعة النقط I هي المستقيم الذي معادلته:

$Y=-2x$

86

نفرض أن طول ضلع المربع EBFI هو x

نحل المعادلة: $x^2+(1-x)^2=\frac{2}{3}$

87

1) لدينا، $S(x)=(3-x)x+(5-x)x$

$=-2x^2+8x.$

تكون $S(x)$ أعظمية لما تكون $x=\sqrt{2}$

2) نقوم بحل المعادلة: $-2x^2+8x=\frac{15}{2}$

$x=\frac{5}{2}$, $x=\frac{3}{2}$

88

1) $P(x)=2(x-\frac{3}{2})^2-\frac{3}{2}$

2) $P(X)=2X^2$

3)

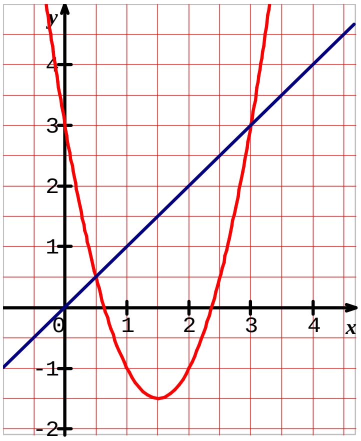
x	-	$\frac{3}{2}$	+
f'(x)	−	0	+
f(x)	- ↘	$-\frac{3}{2}$	↗ +

أصغر قيمة لـ $P(x)$ هي: $-\frac{3}{2}$

$-\frac{3}{2}\le P(x)\le 23$

5) $S=\left[\frac{1}{2},3\right]$

6)



نلاحظ أن (g) يكون أسفل المنصف الأول لما $x\in\left[\frac{1}{2},3\right]$.

89

1) من أجل نل عدد حقيقي x من $\Re$: $g(-x)=g(x)$ و منه g زوجية.

(C_g) ينطبق على (C_f) لما $x \in \mathbb{R}^+$.

2)

x	-	1	+
f'(x)	−	0	+
f(x)	- ↘		↗ +

3)

x	-	-1		0		1	+
f'(x)	−	0	+	0	−	0	+
f(x)	+ ↘	2	↗	↘		2	↗ +

3) $f(x)$ موجبة تماما على $\Re$.

4) $h(x)=f(x)$ من أجل كل عدد حقيقي x.

5) $h(x)=f(x)$